



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل یازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

برای ریلی -

$$[c] = a_0 [m] \quad \text{and} \quad [c]_n = a_1 [k] \quad (11.4.1)$$

سیرای متناسب با جرم می تواند به صورت استخاک انرژی توسط هوا تعبیر شود که البته در سازه ها این نیست
در سیرای متناسب با سفتی مانگیر استخاک انرژی به درجه تغییر شکل های جانبی غیر صاف در محیط است.

$$[\Phi]^T [c] [\Phi] = a_0 [\Phi]^T [m] [\Phi] \quad \text{برای متناسب با جرم}$$

$$[c] = a_0 [M] \quad \Rightarrow \quad C_n = a_0 M_n \quad (11.4.2)$$

$$C_n = \{\phi_n\}^T [c] \{\phi_n\} \quad ; \quad M_n = \{\phi_n\}^T [m] \{\phi_n\}$$

$$\text{نسبتی داریم} \quad \xi_n = \frac{C_n}{2M_n\omega_n} = \frac{a_0 M_n}{2M_n\omega_n}$$

$$\Rightarrow \xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} \quad (11.4.3)$$

نتیجه اینکه نسبت سیرای بازنه کانس رابطه عکس دارد. a_0 می تواند برای مورد دلخواه نام تعیین شود

$$a_0 = 2\xi_i\omega_i \quad (11.4.4)$$

بنابراین با انتخاب نسبت سیرای در i -امین مورد a_0 از رابطه (11.4.4) می سب می شود.
سپس می توان نسبت سیرای در مورد های دیگر (n امین مورد) را از رابطه (11.4.3) می سب کرد.
ماتریس $[c]$ نیز از رابطه (11.4.1) می سب می شود.

$$[c] = a_1 [k] \quad \text{برای متناسب با سفتی}$$

$$\{\phi_n\}^T [c] \{\phi_n\} = a_1 \{\phi_n\}^T [k] \{\phi_n\} \quad \Rightarrow \quad C_n = a_1 K_n \quad ; \quad K_n = M_n \omega_n^2$$

$$\Rightarrow C_n = a_1 M_n \omega_n^2 \quad (11.4.5a)$$



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل یازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

$$\xi_n = \frac{C_n}{2M_n \omega_n} = \frac{a_1 M_n \omega_n^2}{2M_n \omega_n}$$

ازطریق برای ξ_n داریم:

$$\Rightarrow \xi_n = \frac{a_1 \omega_n}{2} \quad (11.4.5b)$$

برای مقایسه با نسبت

رابطه نسبت برای با نرخ ضعیف مستقیم است.

$$a_1 = \frac{2\xi_n \omega_n}{\omega_n} \quad (11.4.6)$$

بنابراین با استفاده از نسبت برای هر یک از a_1 می توانیم

سپس می توان نسبت برای در a_1 مورد نیاز را از رابطه (11.4.5b) می بینیم که در ماتریس [C]
نیز از رابطه (11.4.1) حاصل می شود یعنی داریم $[C] = a_1 [k]$

برای کاربرد در هر یک از موارد فوق (نسبت با جرم یا پهنای
مناسب نشود. چون رابطه و تغییرات برای آنجا در مورد کمیت مناسب با نتایج نسبت در
آزمایشگاهی نیست. (شکل (11.4.2) را بررسی کنید.

$$[C] = a_0 [m] + a_1 [k] \quad (11.4.7)$$

نسبت با جرم

در این صورت با ترکیب روابط (11.4.3) و (11.4.5b) داریم:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1 \omega_n}{2} \quad (11.4.8)$$

مردم a_0 و a_1 با در نظر گرفتن نسبت برای

در مورد ξ_n در لغوه ناهم می شود.

$$\begin{cases} \xi_i = \frac{a_0}{2\omega_i} + \frac{a_1 \omega_i}{2} \\ \xi_j = \frac{a_0}{2\omega_j} + \frac{a_1 \omega_j}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (11.4.9)$$



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل یازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

که باطل دستگاه در معادله - درجه اول در رابطه (۱۱.۴.۹) خواهیم داشت

$$\begin{cases} a_0 = \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \\ a_1 = \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \end{cases}$$

(۱۱.۴.۱۰)

که در رابطه مقابل نسبت میرایی ξ

برابر در درجه یک لحاظ شده است.

به این ترتیب ابتدا ضرایب a_0 و a_1 از رابطه (۱۱.۴.۱۰) می سنجیم پس ماتریس

میرایی از رابطه (۱۱.۴.۷) و نسبت میرایی ξ از (۱۱.۴.۸) بدست می آید.

برای گاهی: زمانی به کاری در که صورت یقین نسبت میرایی درجه دوم (نسبت از درجه دوم) باشد.

که در واقع حالت کلی برای از میرایی خلاصه ران می شود.

$$[C] = [m] \sum_{l=0}^{N-1} a_l ([m]^{-1} [k])^l \quad (11.4.11)$$

که در آن N تعداد روابط آکاردی و a_l ضرایب ثابت هستند. N جمله اول در این رابطه عبارتند:

$$l=0: [m] a_0 ([m]^{-1} [k])^0 = [m] a_0 [I] = a_0 [m] \quad (11.4.11a)$$

ماتریس واحد

$$l=1: [m] a_1 ([m]^{-1} [k])^1 = a_1 [k] \quad (11.4.11b)$$

$$l=2: [m] a_2 ([m]^{-1} [k])^2 = [m] a_2 ([m]^{-1} [k]) ([m]^{-1} [k])$$

$$l=2: = a_2 [k] [m]^{-1} [k] \quad (11.4.11c)$$

بنابر این در نظر گرفته شدن درجه اول همان میرایی پس است و درجه دوم هم داریم.

$$[C] = a_0 [m] + a_1 [k] + a_2 [k] [m]^{-1} [k]$$



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل یازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

صافه درونی نسبت به یک سیستم N درجه آزادی تحت این بارگذاری که نسبت میرایی در آن مورد مشخص باشد، در این صورت داریم:

$$[c] = [m] \sum_{l=0}^{J-1} a_l ([m]^{-1} [k])^l \quad (11.4.13)$$

$$\xi_n = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{J-1} a_l \omega_n^{(2l-1)} \quad (11.4.14)$$

مثلاً با داشتن نسبت میرایی برای سه مورد اول ارضائی در یک سیستم N درجه آزادی داریم:

$$[c] = a_0 [m] + a_1 [k] + a_2 [k] [m]^{-1} [k] \quad (11.4.13) \quad \text{نسبت رابط}$$

$$\xi_n = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{3-1} a_l \omega_n^{(2l-1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{a_0}{\omega_n} + a_1 \omega_n + a_2 \omega_n^3 \right] \quad (11.4.13) \quad \text{نسبت رابط}$$

$$n=1 \Rightarrow \xi_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{a_0}{\omega_1} + a_1 \omega_1 + a_2 \omega_1^3 \right]$$

$$n=2 \Rightarrow \xi_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{a_0}{\omega_2} + a_1 \omega_2 + a_2 \omega_2^3 \right] \quad \text{نسبت رابط بالا}$$

$$n=3 \Rightarrow \xi_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{a_0}{\omega_3} + a_1 \omega_3 + a_2 \omega_3^3 \right]$$

چنانچه در رابط بالا نسبت های میرایی ξ_1, ξ_2, ξ_3 و نیز فرکانس های طبیعی سازه مشخص باشند (یعنی

$(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ باطل دستگاه معادله سه مجهول فوق ضرایب ثابت a_0, a_1 و a_2

یافت می شود. به همین شکل، ماتریس $[c]$ از فرمول (11.4.13) بدست می آید

نسبت میرایی در هر مورد (مغناطیس) از رابط (11.4.14) حاصل خواهد شد. (شکل 11.4.3 و

مثال 11.2) رابط مناسب.



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل یازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

اصل برهم کنی برای ماتریس های مودال میرایی

یک راه حل دیگر برای تشکیل ماتریس میرایی کلاسیک استفاده از نسبت های میرایی در فضای مودال است.
مطابق رابطه (۱۱.۹.۹) از فصل دهم داریم:

$$[\Phi]^T [C] [\Phi] = [C] \quad (11.9.15)$$

که با فرض میرایی کلاسیک، ماتریس $[C]$ ماتریس قطری خواهد بود. درایه های قطری اصلی در این ماتریس میرایی تعمیم یافته در فضای مودال نامیده می شوند که:

$$C_n = 2\zeta_n M_n \omega_n \quad \text{یا} \quad \zeta_n = \frac{C_n}{2M_n \omega_n} \quad (11.9.16)$$

که با فرض مشخص بودن نسبت میرایی مطابق بخش (۱۱.۲) ζ_n معلوم است و C_n از رابطه (۱۱.۹.۱۶) می سببی گردد. سپس آن ماتریس قطری $[C]$ تعیین می گردد و با معکوس کردن رابطه (۱۱.۹.۱۵)

$$[C] \text{ تعیین می شود} \quad [C] = ([\Phi]^T)^{-1} [C] [\Phi]^{-1} \quad (11.9.17)$$

استفاده از رابطه (۱۱.۹.۱۷) راه حل مناسبی برای محاسبه $[C]$ نیست چون نیازمند معکوس کردن دو ماتریس از مرتبه N است. به عنوان راه حل کارآمدی توان از خاصیت تعادل استفاده کرد:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [M] \Rightarrow ([\Phi]^T)^{-1} = [m] [\Phi] [M]^{-1} \quad (11.9.18)$$

$$\Rightarrow [\Phi]^{-1} = [M]^{-1} [\Phi]^T [m]$$

از آنجا که ماتریس $[M]$ قطری است معکوس کردن آن با معکوس کردن درایه های قطری اصلی به سادگی امکان پذیر است. اکنون چنانچه $[\Phi]^{-1}$ و $([\Phi]^T)^{-1}$ را از رابطه (۱۱.۹.۱۹) در رابطه (۱۱.۹.۱۷) قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$[C] = ([m] [\Phi] [M]^{-1}) [C] ([M]^{-1} [\Phi]^T [m]) \quad (11.9.20)$$

که در آن $[C]$ و $[M]$ ماتریس های قطری هستند و از رابطه (۱۱.۹.۱۵) و (۱۱.۹.۱۸) می سببی شوند



ویژه کلاس‌های مجازی

دینامیک سازه‌ها - فصل یازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

$$[c] = [m] \left(\sum_{n=1}^N \frac{2\xi_n \omega_n}{M_n} \{\phi_n\} \{\phi_n\}^T \right) [m] \quad (11.4.21)$$

رابطه (11.4.21) در واقع نرم سازه سه ضربه‌ای (11.4.20) است.

تمرینات فصل 10، 12
 10.1، 10.6، 10.11 و 10.15، 10.17، 10.23
 (نمودار درج جدول) 12.8، (نقطه درج جدول) 12.7، 12.6، 12.5، 12.3،
 12.14 و 12.11

عنوان تمرینات حل سه در متن کتاب: (بیلریم هستند).

Examples : 9.1، 9.2، 9.3، 9.4، 9.5، 9.6، 9.8

Examples : 10.1، 10.2، 10.3، 10.4، 10.5، 10.8، 10.9، 10.11
 10.12، 10.13

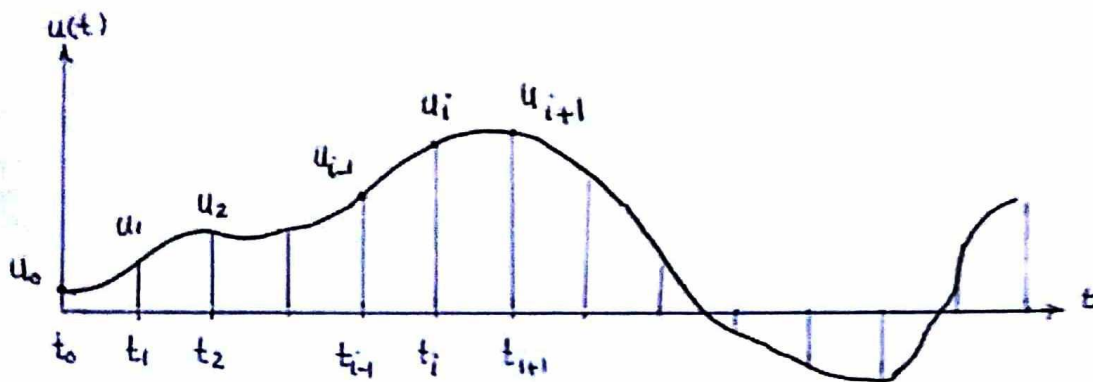
Examples : 12.3، 12.4، 12.5



ویژه کلاس های مجازی

دینامیک سازه ها - فصل یازدهم: مباحث تکمیلی

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)



$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t} \quad (5.3.1)$$

$$\ddot{u}_i = \frac{(u_{i+1} - u_i)/(\Delta t) - (u_i - u_{i-1})/(\Delta t)}{(\Delta t)} \Rightarrow \ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta t)^2} \quad (5.3.2)$$

$$\dot{u}_0 = \frac{u_1 - u_{-1}}{2\Delta t} \Rightarrow \dot{u}_0 (2\Delta t) = u_1 - u_{-1} \Rightarrow u_1 = u_{-1} + 2\Delta t \dot{u}_0$$

$$\ddot{u}_0 = \frac{u_1 - 2u_0 + u_{-1}}{(\Delta t)^2}$$

اکنون دو رابطه معادل به جای u_1
از رابطه بالا استفاده می کنیم

$$\ddot{u}_0 = \frac{(u_{-1} + 2(\Delta t) \dot{u}_0) - 2u_0 + u_{-1}}{(\Delta t)^2}$$

$$\ddot{u}_0 (\Delta t)^2 = 2u_{-1} + 2(\Delta t) \dot{u}_0 - 2u_0$$

$$2u_{-1} = \ddot{u}_0 (\Delta t)^2 - 2(\Delta t) \dot{u}_0 + 2u_0$$

$$u_{-1} = \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_0 - (\Delta t) \dot{u}_0 + u_0$$

$$u_{-1} = u_0 - (\Delta t) \dot{u}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_0 \quad (5.3.3)$$